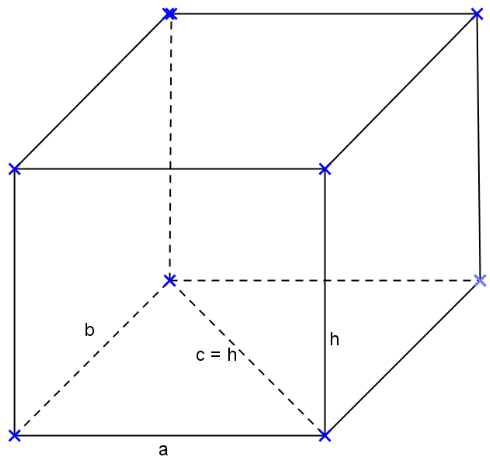
• <u>Solution proposée par Cristian Tamblay, élève de Terminale S du lycée Antoine de Saint-Exupéry</u>



"La base du pavé droit a comme surface 623700, et il est exactement constitué par des dés cubiques de 1 cm de côté." (1)

Donc le produit de *a* par *b* a comme résultat 623700 et *a, b* et *h = c* sont des entiers.

D'après (1), *a* et *b* peuvent prendre l'ensemble des diviseurs de 623700 (qui s'écrit $2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11$)

Donc *a* et *b* peuvent prendre $3 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 180$ valeurs.

La moitié de la base du pavé droit est un triangle rectangle.

Donc d'après le théorème de Pythagore : $\sqrt{a^2 + b^2} = c = h$

On doit donc chercher tous les diviseurs de 623700 et appliquer Pythagore.

Les 180 diviseurs de 623700 ont été calculés en utilisant l'algorithme suivant (fait avec Algobox) :

```
VARIABLES
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  j EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
  l EST_DU_TYPE NOMBRE
  div EST_DU_TYPE NOMBRE
  m EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  AFFICHER "les diviseurs de 623700 sont :"
  POUR i ALLANT_DE 0 A 2
    DEBUT_POUR
    POUR j ALLANT_DE 0 A 4
      DEBUT_POUR
      POUR k ALLANT_DE 0 A 2
        DEBUT_POUR
        POUR l ALLANT_DE 0 A 1
          DEBUT_POUR
          POUR m ALLANT_DE 0 A 1
            DEBUT_POUR
            div PREND_LA_VALEUR pow(2,i)*pow(3,j)*pow(5,k)*pow(7,l)*pow(11,m)
            AFFICHER div
            FIN_POUR
          FIN_POUR
        FIN_POUR
      FIN_POUR
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

On place toutes les valeurs de *a* et *b* dans un tableur qui va appliquer la formule $\sqrt{a^2+b^2}=c=h$ à chacun des couples (*a* , *b*) et on cherche les valeurs de *c* qui sont des entiers.

En vert on a les couples solution :

a	*b*	*c=h*
1	623700	623700,0000008020
11	56700	56700,0010670194
7	89100	89100,0002749719
77	8100	8100,3659793864
5	124740	124740,0001002080
55	11340	11340,1333766407
35	17820	17820,0343714596
385	1620	1665,1201157875
25	24948	24948,0125260510
275	2268	2284,6113455028
175	3564	3568,2938500073
1925	324	1952,0760743373
3	207900	207900,0000216450
33	18900	18900,0288095019
21	29700	29700,0074242415
231	2700	2709,8636497064
15	41580	41580,0027056276
165	3780	3783,5994766888
105	5940	5940,9279578194
1155	540	1275
75	8316	8316,3381965863
825	756	1119
525	1188	1298,8337076008
5775	108	5776,0097818477
9	69300	69300,0005844156
99	6300	6300,7778091280
63	9900	9900,2004525161
693	900	1135,8912800088
45	13860	13860,0730517555
495	1260	1353,7448060842
315	1980	2004,9002468951
3465	180	3469,6721747162
225	2772	2781,1165024141
2475	252	2487,7960125380
1575	396	1624,0200121920
17325	36	17325,0374025570
27	23100	23100,0157792154
297	2100	2120,8981587997
189	3300	3305,4078417043
2079	300	2100,5335036604
135	4620	4621,9719817411
945	660	1152,6599672063
10395	60	10395,1731587309
1485	420	1543,2514377120
675	924	1144,2906099414
7425	84	7425,4751363128
4725	132	4726,8434499145
51975	12	51975,0013852814
81	7700	7700,4260271754
891	700	1133,0847276351
567	1100	1237,5334338918
6237	100	6237,8016159541
405	1540	1592,3645939294
4455	140	4457,1992327021
2835	220	2843,5233426156
31185	20	31185,0064133391
2025	308	2048,2892862094
22275	28	22275,0175981973
14175	44	14175,0682890771
155925	4	155925,0000513070
2	311850	311850,0000064130
22	28350	28350,0085361539
14	44550	44550,0021997755
154	4050	4052,9268436526
10	62370	62370,0008016675
110	5670	5671,0669190197
70	8910	8910,2749676988
770	810	1117,5866856759
50	12474	12474,1002080310
550	1134	1260,3396367646
350	1782	1816,0462549175
3850	162	3853,4068043745
6	103950	103950,0001731600
66	9450	9450,2304733800
42	14850	14850,0593938206
462	1350	1426,8650952350
30	20790	20790,0216450104
330	1890	1918,5932346383
210	2970	2977,4149861919
2310	270	2325,7256931977
150	4158	4160,7047479964
1650	378	1692,7445170492
1050	594	1206,3730766227
11550	54	11550,1262330764
300	2079	2100,5335036604
3300	189	3305,4078417043
2100	297	2120,8981587997
23100	27	23100,0157792154
36	17325	17325,0374025570
396	1575	1624,0200121920

252	2475	2487,7960125380
2772	225	2781,1165024141
180	3465	3469,6721747162
1260	495	1353,7448060842
13860	45	13860,0730517555
900	693	1135,8912800088
9900	63	9900,2004525161
6300	99	6300,7778091280
69300	9	69300,0005844156
108	5775	5776,0097818477
1188	525	1298,8337076008
756	825	1119
8316	75	8316,3381965863
540	1155	1275
3780	165	3783,5994766888
41580	15	41580,0027056276
5940	105	5940,9279578194
2700	231	2709,8636497064
29700	21	29700,0074242415
18900	33	18900,0288095019
207900	3	207900,0000216450
324	1925	1952,0760743373
810	770	1117,5866856759
8910	70	8910,2749676988
5670	110	5671,0669190197
62370	10	62370,0008016675
4050	154	4052,9268436526
44550	14	44550,0021997755
28350	22	28350,0085361539
311850	2	311850,0000064130
4	155925	155925,0000513070
44	14175	14175,0682890771
28	22275	22275,0175981973
308	2025	2048,2892862094
20	31185	31185,0064133391
220	2835	2843,5233426156
140	4455	4457,1992327021
1540	405	1592,3645939294
100	6237	6237,8016159541
1100	567	1237,5334338918
700	891	1133,0847276351
7700	81	7700,4260271754
12	51975	51975,0013852814
132	4725	4726,8434499145
84	7425	7425,4751363128
924	675	1144,2906099414

60	10395	10395,1731587309
660	945	1152,6599672063
420	1485	1543,2514377120
4620	135	4621,9719817411
18	34650	34650,0046753244
198	3150	3156,2167225969
126	4950	4951,6033766852
1386	450	1457,2220146567
90	6930	6930,5843909442
990	630	1173,4564329365
630	990	1173,4564329365
6930	90	6930,5843909442
450	1386	1457,2220146567
4950	126	4951,6033766852
3150	198	3156,2167225969
54	11550	11550,1262330764
594	1050	1206,3730766227
378	1650	1692,7445170492
4158	150	4160,7047479964
34650	18	34650,0046753244
270	2310	2325,7256931977
1890	330	1918,5932346383
20790	30	20790,0216450104
2970	210	2977,4149861919
1350	462	1426,8650952350
14850	42	14850,0593938206
9450	66	9450,2304733800
103950	6	103950,0001731600
162	3850	3853,4068043745
1782	350	1816,0462549175
1134	550	1260,3396367646
12474	50	12474,1002080310
3564	175	3568,2938500073
2268	275	2284,6113455028
24948	25	24948,0125260510
1620	385	1665,1201157875
17820	35	17820,0343714596
11340	55	11340,1333766407
124740	5	124740,0001002080
8100	77	8100,3659793864
89100	7	89100,0002749719
56700	11	56700,0010670194
623700	1	623700,0000008020
1980	315	2004,9002468951

Donc les solutions au problème de Saint-Exupéry sont :

$$\begin{cases} a = 756 \\ b = 825 \\ c = 1119 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} a = 825 \\ b = 756 \\ c = 1119 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} a = 540 \\ b = 1155 \\ c = 1275 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} a = 1155 \\ b = 540 \\ c = 1275 \end{cases}$$